ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Лектор:
к.ф.-м.н. Алимгазинова Назгуль Шакаримовна

$t = 0_-$ — время до коммутации

$t = 0$ — время в период коммутации

$t = 0_+$ — время после коммутации

Операторный метод

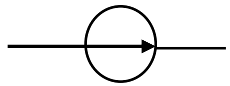
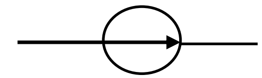
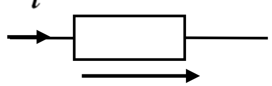
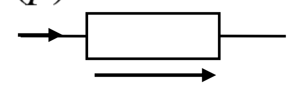
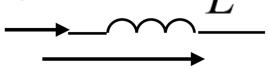
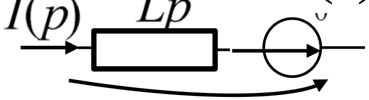
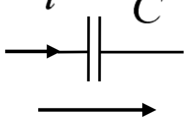
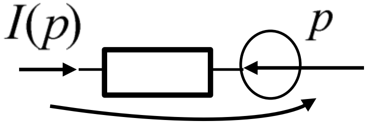
$f(t)$ - *оригинал*

$F(p)$ - *изображение* $\qquad p = a + jb$

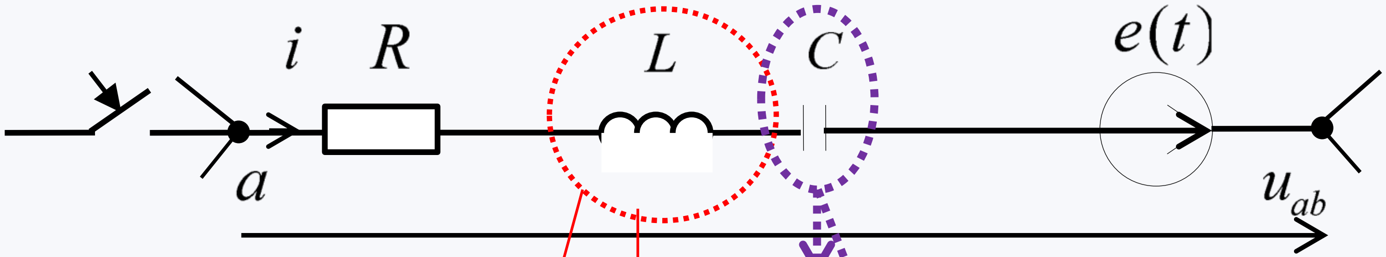
Прямое преобразование Лапласа

$$\boxed{F(p) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt.}$$

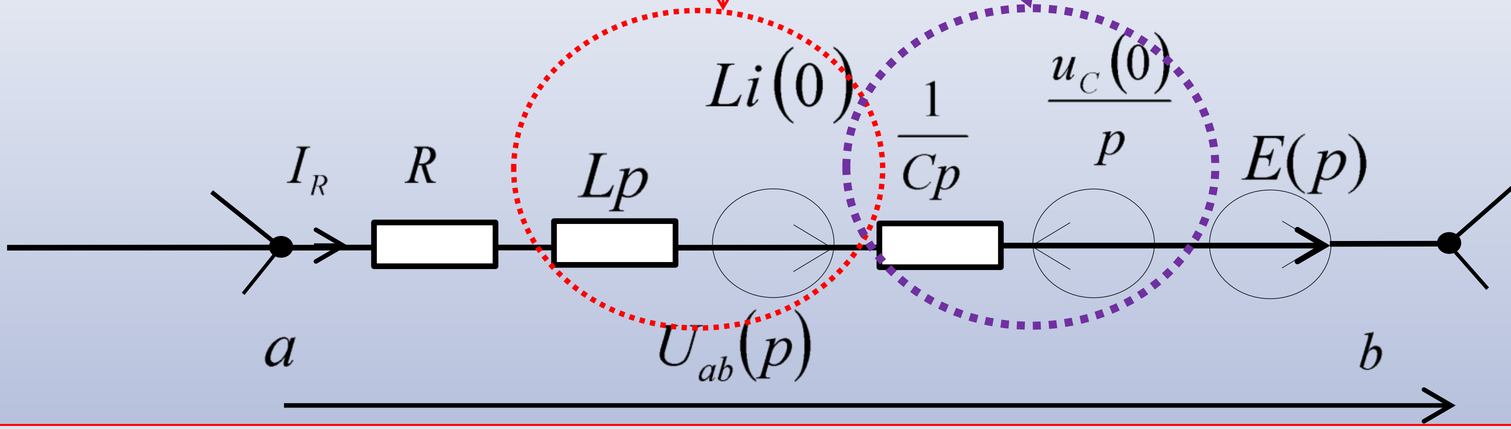
Оригинал	Изображение	Оригинал	Изображение
1	$\frac{1}{p}$	$e^{\lambda t}$	$\frac{1}{p-\lambda}$
t	$\frac{1}{p^2}$	$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{p^2+\omega^2}$
$\frac{1}{\lambda}\left(1-e^{-\lambda t}\right)$	$\frac{1}{p(p+\lambda)}$	$\cos \omega t$	$\frac{p}{p^2+\omega^2}$

Оригинал	**Операторное изображение**	**Операторная схема замещения**
$E = const$ 	$E(p) = \frac{E}{p}$	 E/p
i  $U = iR$	$U(p) = R \cdot I(p)$	$I(p)$ R  $U(p)$
i L  $U_L = L\, di/dt$	$U_L(p) = Lp \cdot I(p) - L \cdot i(0)$	$I(p)$ Lp $Li(0)$  $U_L(p)$
i C  $U_C = U_c(0) + \frac{1}{C}\int_0^t i d\tau$	$U_C(p) = \frac{U_c(0)}{p} + \frac{I(p)}{Cp}$	$1/Cp$ $\frac{U_C(0)}{p}$ $I(p)$  $U_C(p)$

Законы Ома и Кирхгофа в операторном виде



$$u_{ab}(t) = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int_0^t i(t)dt + u_C(0) - e(t).$$



$$\boxed{U_{ab}(p) = RI(p) + LpI(p) - Li(0) + \frac{1}{Cp}I(p) + \frac{u_C(0)}{p} - E(p),}$$

Закон Ом в операторном виде

$$I(p)=\frac{U_{ab}(p)+Li(0)-\dfrac{u_C(0)}{p}+E(p)}{R+Lp+\dfrac{1}{Cp}}$$

Полное операторное сопротивление

$$Z(p)=R+Lp+\frac{1}{Cp}.$$

I закон Кирхгофа

$$\sum_{k=1}^{n} I(p)=0$$

II закон Кирхгофа

$$\sum_{k=1}^{m} U_k(p)=\sum_{k=1}^{n} E_k(p)$$

Этапы применения операторного метода расчета переходных процессов:

1. Выбирают положительные направления токов в ветвях электрической цепи.
2. Определяют начальные условия: значения токов и напряжений непосредственно до коммутации.
3. Преобразуют все заданные величины из оригиналов в их изображения с помощью прямого преобразования Лапласа или таблиц.
4. Составляют операторную схему замещения цепи с учетом всех начальных условий.
5. Для операторной схемы замещения записывают систему уравнений по законам Кирхгофа.
6. Определяют неизвестные токи и напряжения, которые представлены в операторном виде.
7. Преобразуют найденные изображения в оригиналы.

Переход от полученного операторного изображения искомой функции к оригиналу может быть осуществлен:

1. *С помощью* ***обратного преобразования Лапласа***

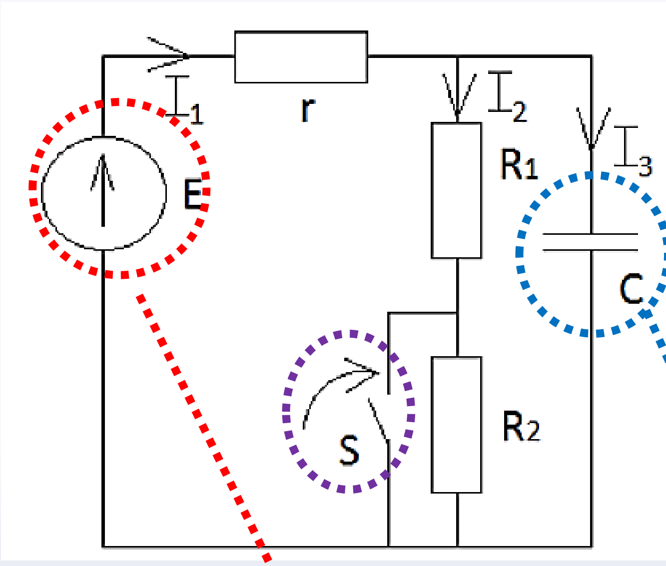
$$f(t)=\frac{1}{2\pi j}\int_{a-j\infty}^{a+j\infty}F(p)e^{pt}dp.$$

2. *По таблицам соответствия между оригиналами и операторными изображениями;*
3. *С помощью формулы разложения.*

$$F(p)=\frac{N(p)}{M(p)}=\frac{a_m p^m+a_{m-1}p^{m-1}+\ldots+a_1 p+a_0}{b_n p^n+b_{n-1}p^{n-1}+\ldots+b_1 p+b_0},$$

$$f(t)=\sum_{k=1}^{n}\frac{N(p_k)}{M'(p_k)}\cdot e^{p_k t},$$

$$m=2,\quad n=3,\quad n_{ИТ}=0,\ k=n-m-n_{ИТ}+1=2.$$



$\boxed{t=0_-}$ $\rightarrow$ I_1, I_2, I_3

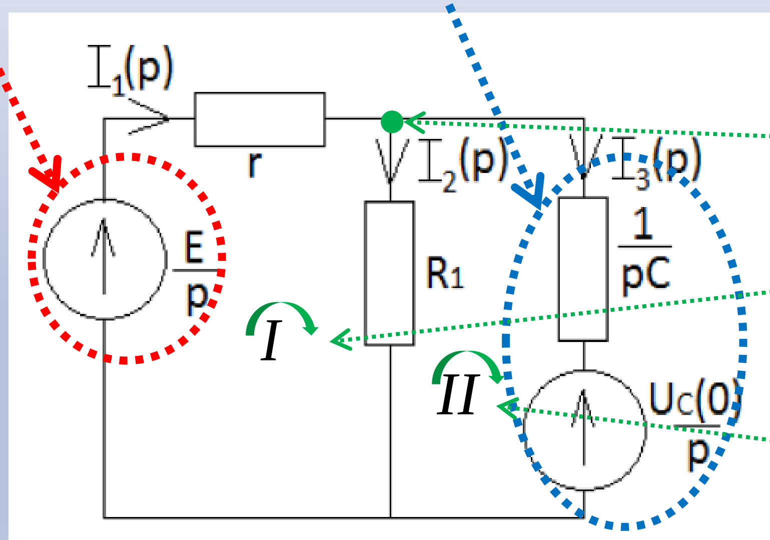
$E=const$

$$I_3=I_C=0$$

$$I_1=I_2=\frac{E}{r+R_1+R_2}$$

$$u_C(0_-)=I_2\cdot\left(R_1+R_2\right)$$

$\boxed{t=0_+}$ $\rightarrow$



$$\begin{cases} I_1-I_2-I_3=0, \\ I_1r+I_2R_1=\dfrac{E}{p}, \\ I_3\dfrac{1}{pC}-I_2R_1=-\dfrac{U_C(0)}{p}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 = 0, \\ I_1 r + I_2 R_1 = \dfrac{E}{p}, \\ I_3 \dfrac{1}{pC} - I_2 R_1 = -\dfrac{U_C(0)}{p}. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 = 0, \\ I_1 = \dfrac{E - I_2 R_1 p}{pr}, \\ I_3 = I_2 R_1 pC - U_C(0)C. \end{cases}$$

$$\frac{E - I_2 R_1 p}{pr} - I_2 - I_2 R_1 pC - U_C(0)C = 0$$

$$E - I_2 R_1 p - I_2 pr - I_2 R_1 p^2 Cr - U_C(0)Cpr = 0$$

$$I_2 = \frac{E - U_C(0)Cpr}{R_1 p + pr + R_1 p^2 Cr}$$

$$I_1 = ? \qquad I_3 = ?$$

$$I_2(p)=\frac{E-U_C(0)Cpr}{R_1p+pr+R_1p^2Cr} \quad \Rightarrow \quad I_2=\frac{N(p)}{M(p)}$$

$$N(p)=E-U_C(0)Cpr,$$
$$M(p)=R_1p+pr+R_1p^2Cr$$

$$M(p)=0$$
$$R_1p+pr+R_1p^2Cr=0$$
$$p(R_1+r+R_1pCr)=0$$
$$p_1=0,\ p_2=-\frac{R_1+r}{R_1Cr}$$

$$M'(p)=R_1+r+2R_1pCr$$

$$I_2(t)=\frac{N(p_1)}{M'(p_1)}e^{p_1t}+\frac{N(p_2)}{M'(p_2)}e^{p_2t}$$

Принужденная составляющая

Свободная составляющая

$$I_1(t)=?$$

$$I_3(t)=?$$